Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
19.01.2018.

VIII РАЗРЕД

1. Кроз тежиште троугла ABC конструисана је права паралелна страници $AB = 16$cm која странице $AC = 19$cm и $BC = 10$cm сече у тачкама M и N, редом. Израчунај обим троугла MNC.

2. Једначине

$$(x+5)^2-60=(x-1)^2,\quad \frac{x+1}{4}+\frac{2x+1}{7}=b-2,\quad 2a-3b+4x=0$$

имају исто решење по непознатој x. Израчунај x, a и b.

3. Одреди све просте бројеве p за које је тачна неједнакост

$$0{,}3<-1+\frac{p-2}{3}\leq 6{,}5.$$

4. Одреди све вредности броја a за које број 2 није решење неједначине (по x):

$$(a+3)x>5.$$

5. Дата је коцка $ABCDEFGH$. Колико има равни које садрже најмање три од темена коцке, при чему је A једно од тих темена?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**ML 52/1**) Троугао *MNC* је сличан троуглу *ABC* са коефицијентом сличности $\frac{2}{3}$ [**10 бодова**]. Зато је његов обим $\frac{2}{3}\cdot(16\text{cm}+19\text{cm}+10\text{cm})=30\text{cm}$ [**10 бодова**].

2. (**ML 52/1**) Решавањем прве једначине се добија $x = 3$ [**10 бодова**], заменом у другој следи да је $b = 4$ [**5 бодова**], а заменом у трећој да је $a = 0$ [**5 бодова**].

3. Дата двострука неједнакост је еквивалентна, редом, следећим неједнакостима: $1{,}3<\frac{p-2}{3}\leq 7{,}5$ [**5 бодова**]; $3{,}9 < p - 2 \leq 22{,}5$ [**5 бодова**]; $5{,}9 < p \leq 24{,}5$ [**5 бодова**]. Прости бројеви p који задовољавају последњи услов су 7, 11, 13, 17, 19 и 23 [**5 бодова**].

4. Ако број 2 није решење дате неједначине, онда неједнакост $(a + 3)\cdot 2 > 5$ није тачна, већ важи $(a + 3)\cdot 2 \leq 5$ [**10 бодова**]. Решавањем ове неједнакости по a се добија $a\leq-\frac{1}{2}$, тј. $a\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$ [**10 бодова**].

5. Има укупно 9 таквих равни, и то су:
- три равни одређене странама коцке *ABCD*, *ABFE* и *ADHE* [**6 бодова**];
- три равни које садрже дијагоналне пресеке (одређене са по две паралелне ивице): *ABGH*, *ADGF* и *AEGC* [**7 бодова**];
- три равни које секу коцку по једнакостраничним троугловима: *ACF*, *ACH* и *AFH* [**7 бодова**].